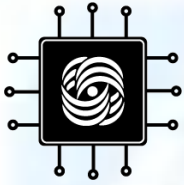


Имитационное моделирование в исследовании и разработке информационных систем

Лекция 6

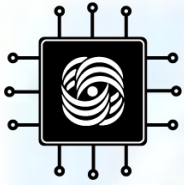
Элементы теории систем массового обслуживания



Системы массового обслуживания

(или системы с очередями – queuing systems)

- Часто применяемые на практике модели
- Аналитическое и имитационное моделирование

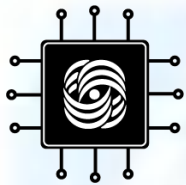


Система с очередями: основные элементы

- Входящий поток заявок
- Прибор(ы) обслуживания; время обслуживания
- Очередь заявок; длина; дисциплина обслуживания

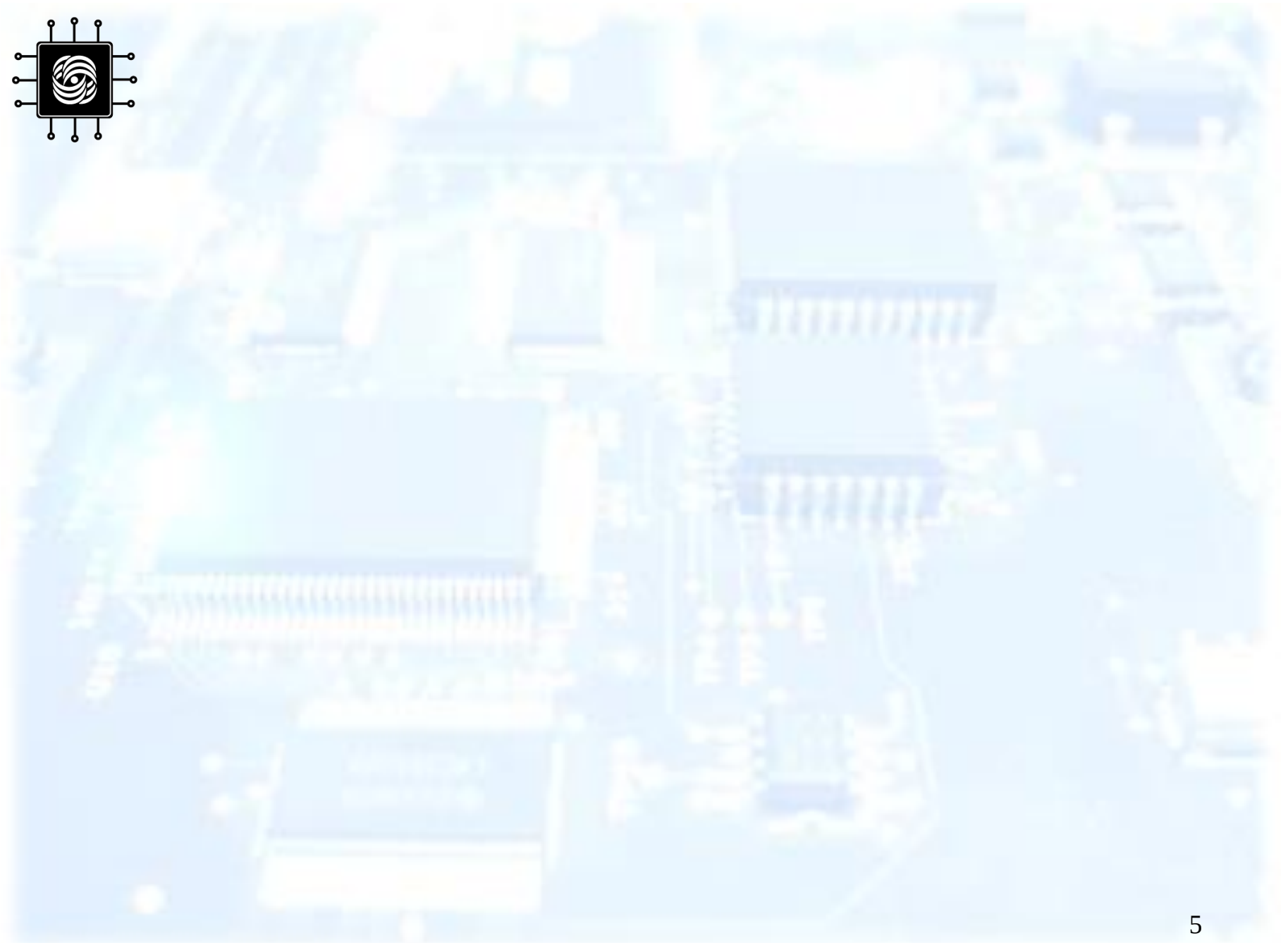
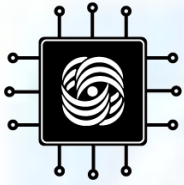
$A|B|s|q$ (пример: $M|M|1|\infty$) ([1], с.30)
[2], с. 14

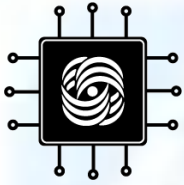
- A – закон распределения вх. заявок
- B – закон распред. времени обслуживания
- s – число обслуживающих приборов



Пример (1)

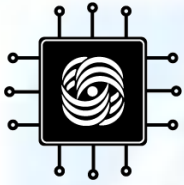
- web-сервер





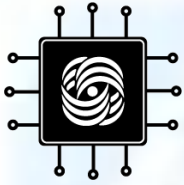
Характеристики производительности

- Средняя длина очереди
- Среднее время пребывания заявки в системе (или в очереди)
- Характеристики выходного потока (обслуженных заявок или отказов в обслуживании)



Входящий поток

- Z_k – интервал между событиями (заявками)
- $\lambda(t)$ – количество событий к моменту t



Формула Литтла (связь между х-ками произв-сти)

$$L = aV$$

L – среднее число заявок в системе

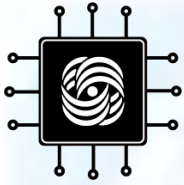
a – интенсивность поступления заявок

V – среднее время пребывания заявки в системе

$$N = aW$$

N – средняя длина очереди

W – среднее время пребывания в очереди



Пуассоновский поток

$P(z < t) = 1 - \exp(-at)$, интервалы
независимы

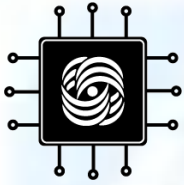
$\lambda(a, t)$: среднее $at \Rightarrow a$ – интенсивность

$$P(\lambda(a, t) = k) = \frac{(at)^k}{k!} \exp(-at).$$

распределение
Пуассона

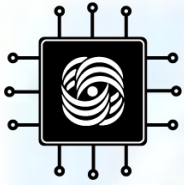
$$\lambda(a_1, t) + \lambda(a_2, t) \sim \lambda(a_1 + a_2, t)$$

просеивание $\lambda(a, t)$ с вероятностью $z \sim$
 $\lambda(za, t)$



Сведение к марковским процессам (1)

- Состояние – число заявок в системе
- Диаграмма переходов состояний
- Дифф. ур-я для состояний
- Условия наличия предельного распределения вероятностей состояний
- Переход к алгебраическим ур-ям для предельных вероятностей для состояний.
- Расчёт характеристик системы



M|M|1|

$$\rho = \lambda / \mu$$

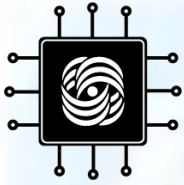
Вероятность, что в системе k заявок:

$$P(k) = (1 - \rho) \rho^k$$

Среднее число заявок в системе: $\rho / (1 - \rho)$

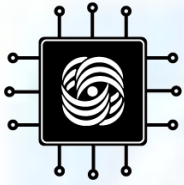
Средняя длина очереди: $\rho^2 / (1 - \rho)$

Загрузка обслуживающего прибора ρ



Сведение к марковским процессам (2)

- Цепь Маркова с непрерывным временем



M|M|1|K

Согласно [2]:

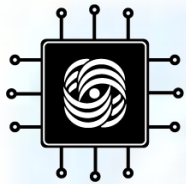
$$P_0 = (1 - \rho)(1 - \rho^{K+1}) \text{ или } 1/(K+1)$$

$$\text{Загрузка прибора } U_s = 1 - P_0$$

Среднее число заявок

$$\rho(1 - (K+1)\rho^K + K\rho^{K+1}) / ((1 - \rho)(1 - \rho^{K+1}))$$

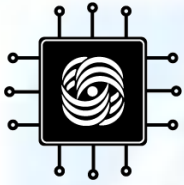
$$K/2, \text{ если } \rho = 1$$



Имитационное моделирование СМО

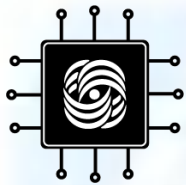
При многократных экспериментах – не
переинициализировать датчик сл.в.!

Для оценки установившегося режима –
отбрасывание начальных наблюдений
см. [3], п. 9.5



Литература

1. Матвеев В., Ушаков. Системы массового обслуживания // М.: Изд-во МГУ. – 1984. – 240с.
2. Dr. János Sztrik. Basic Queueing Theory. University of Debrecen, Faculty of Informatics. // [Электронный ресурс]
http://irh.inf.unideb.hu/~jsztrik/education/16/SOR_Main_Angol.pdf
3. [Лоу, Кельтон]



Спасибо за внимание!